
СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖУЩИМИСЯ ОБЪЕКТАМИ

УДК 629.7.072.1

УПРАВЛЕНИЕ ОРИЕНТАЦИЕЙ ТВЕРДОГО ТЕЛА, ПОДВЕШЕННОГО НА СТРУНЕ, С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВЕНТИЛЯТОРНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ*

© 2011 г. Д. С. Иванов, М. Ю. Овчинников, С. С. Ткачев

Москва, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН

Поступила в редакцию 20.07.10 г., после доработки 16.08.10 г.

Исследуется осевое движение относительно центра масс полезной нагрузки на воздушном шаре под действием вентиляторных двигателей. Предложена реализация алгоритма управления. Изучена возможность использования вентиляторных двигателей для удержания на заданной траектории. Приведена методика определения параметров двигателей, а также результаты лабораторных испытаний макета системы.

Введение. Воздушные шары широко применяются для проведения научных исследований [1]. С недавнего времени эксперименты на воздушных шарах стали использоваться в образовательных целях. Примером является Европейская образовательная программа BEXUS [2], в рамках которой молодые исследователи приобретают навыки проведения натурных экспериментов, участвуют в создании служебных модулей и полезной нагрузки. При выполнении отдельных задач может потребоваться наведение прибора в заданную точку или отслеживание осью прибора выделенного направления на поверхности Земли. Для подобного рода объектов в качестве исполнительных органов системы ориентации используются маховики [3, 4]. Такие системы, хотя и являются довольно точными и надежными, обходятся недешево. В настоящей работе предлагается в качестве исполнительных органов системы управления ориентацией применять лопастные воздушные (вентиляторные) двигатели. В этом случае удастся обеспечить необходимую ориентацию полезной нагрузки вокруг вертикали с помощью вентиляторов, а ориентацию прибора осуществлять в вертикальной плоскости относительно основного блока полезной нагрузки. Они просты в эксплуатации и относительно дешевы, в то же время для небольших высот над поверхностью Земли (конкретные высоты зависят от параметров двигателя) эти двигатели достаточно эффективны.

Вентиляторные двигатели могут быть применены как в качестве исполнительных органов системы управления ориентацией полезной нагрузки, подвешенной к воздушному шару, так и для безопасной имитации реактивных двигателей в учебной лаборатории. Настоящая работа посвящена разработке алгоритма управления и анализу динамики твердого тела с системой одноосной ориентации, использующей вентиляторные двигатели в качестве исполнительных элементов, в лабораторных условиях.

1. Постановка задачи и уравнение движения. Рассматривается управляемое вращательное движение тела вокруг вертикали. Тело подвешено на струне, верхний конец которой неподвижно закреплен. Управление его движением относительно центра масс осуществляется с помощью двух вентиляторных двигателей, реализующих разнонаправленные управляющие моменты вокруг вертикальной оси. Информация о текущей ориентации и угловой скорости поступает соответственно с фотодиодов и оптоволоконного датчика угловой скорости. Задачи, решаемые системой управления ориентацией, — это торможение осевого вращения, поворот на заданный угол вокруг вертикали, а также выполнение заданного углового движения вокруг вертикали, которое может задаваться как программное движение, так и зависеть от текущей ориентации тела. Тело подвержено линейному по углу поворота моменту от упругости струны и линейному по угловой скорости моменту вязкого трения от сопротивления атмосферы. Считается, что вентиляторный двигатель мгновенно набирает номинальные обороты. Одновременно может работать только один двигатель. Влияние работающего двигателя на движение центра масс тела не учитывается и не рассматривается. Атмосфера считается однородной и неподвижной.

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 09-01-00431) и Госконтракта Минобрнауки № 02.740.11.0860.

Получим выражение для управляющего момента, который создается двигателями. Сила, действующая на аппарат со стороны одного двигателя, $F = S\Delta p$, где S — площадь диска вентилятора, Δp — разность давлений воздуха до и после прохождения вентилятора. Используя уравнение Бернулли для обоих состояний

$$p_1 = p_0 + \frac{1}{2}\rho V^2, \quad p_2 = p_0 + \frac{1}{2}\rho V_e^2,$$

можно найти эту разность давлений. Здесь p_1 , p_2 — соответственно давление воздуха до и после прохождения вентилятора, p_0 — статическое давление, V — скорость воздуха до входа в вентилятор, V_e — скорость воздуха после выхода из вентилятора, ρ — плотность воздуха. Тогда управляющий момент M определяется выражением

$$M = \frac{1}{2}RS\rho(V_e^2 - V^2),$$

где R — расстояние от оси вращения тела вокруг вертикали до вентилятора. Считаем, что размер вентилятора значительно меньше R . Уравнения, описывающие осевое вращение тела, имеют вид

$$J\dot{\omega} + \delta\omega + \sigma\alpha = \pm \frac{1}{2}RS\rho(V_e^2 - V^2), \quad \dot{\alpha} = \omega. \quad (1.1)$$

Здесь J — момент инерции тела относительно оси вращения; δ — коэффициент вязкого трения тела о воздух; σ — коэффициент упругости струны; точкой обозначена операция дифференцирования по времени t . Знак “+” или “−” выбирается в зависимости от того, положительный или отрицательный момент создается двигателями.

В силу предположения о неподвижности атмосферы $V = |\omega R|$ первое уравнение системы (1.1) можно записать так

$$\dot{\omega} + \frac{\delta}{J}\omega \pm \frac{1}{2}\frac{\rho SR^3}{J}\omega^2 + \frac{\sigma}{J}\alpha = \pm \frac{1}{2}\frac{\rho SRV_e^2}{J}. \quad (1.2)$$

Перейдем к безразмерным угловой скорости Ω и времени τ по формулам $\omega = V_e/R\Omega$, $t = R/V_e\tau$ и введем безразмерные параметры

$$k = \pm \frac{1}{2}\frac{\rho SR^3}{J}, \quad \varepsilon_1 = \frac{\delta}{J}\frac{R}{V_e}, \quad \varepsilon_2 = \frac{\sigma R^2}{JV_e^2}.$$

Тогда уравнение (1.2) принимает вид

$$\Omega' + \varepsilon_1\Omega + k\Omega^2 + \varepsilon_2\alpha = k. \quad (1.3)$$

Перейдем к решению уравнения (1.3) в частных случаях.

2. Частные случаи осевого вращения. Будем считать, что

$$|k| \gg \varepsilon_1, \quad |k| \gg \varepsilon_2, \quad (2.1)$$

т.е. в присутствии управления пренебрегаем моментом вязкого трения тела о воздух и моментом от скручивания струны. В этом случае уравнение (1.3) принимает вид

$$\Omega' = k - k\Omega^2. \quad (2.2)$$

Его решение записывается следующим образом:

$$\Omega = \frac{\tilde{C}\exp(2k\tau) - 1}{\tilde{C}\exp(2k\tau) + 1}.$$

Переходя обратно к размерным величинам и переменным, имеем

$$\omega = \frac{V_e}{R} \frac{C \exp\left(2k \frac{V_e}{R} t\right) - 1}{C \exp\left(2k \frac{V_e}{R} t\right) + 1}. \quad (2.3)$$

Здесь

$$C = \frac{V_e + \omega_0 R}{V_e - \omega_0 R}.$$

Заметим, что если плотность атмосферы зависит от времени, а это может иметь место при исследовании динамики тела, закрепленного на меняющем высоту полета воздушном шаре [5] (тогда плотность зависит от высоты и, в конечном итоге, от времени), т.е. $k(t) = \pm \frac{SR^3 \rho(t)}{2J}$, тогда решение уравнения (2.2) можно записать так

$$\omega = \frac{V_e}{R} \frac{C \exp \left\{ \pm \frac{SR^2 V_e}{J} \int_0^t \rho(t') dt' \right\} - 1}{C \exp \left\{ \pm \frac{SR^2 V_e}{J} \int_0^t \rho(t') dt' \right\} + 1}.$$

Если ввести обозначения $A = \frac{V_e}{R}$, $B = k \frac{V_e}{R}$, то выражение (2.3) запишем как

$$\omega = A \frac{C \exp(2Bt) - 1}{C \exp(2Bt) + 1}. \quad (2.4)$$

Перейдем к другому частному случаю — отсутствию управляющего воздействия от вентиляторного двигателя. Это предположение отвечает условию $k = 0$ в уравнении (1.3). Тогда его решение в виде выражений для угловой скорости и угла поворота тела при свободных затухающих колебаниях имеет следующий вид:

$$\alpha = \alpha_0 \exp\left(-\frac{\varepsilon_1}{2} \tau\right) \cos\left(\sqrt{\varepsilon_2 - \frac{\varepsilon_1^2}{4}} \tau\right) + \frac{\Omega_0 + \frac{\varepsilon_1}{2} \alpha_0}{\sqrt{\varepsilon_2 - \frac{\varepsilon_1^2}{4}}} \exp\left(-\frac{\varepsilon_1}{2} \tau\right) \sin\left(\sqrt{\varepsilon_2 - \frac{\varepsilon_1^2}{4}} \tau\right),$$

$$\Omega = -\frac{\alpha_0 \varepsilon_2 + \frac{\varepsilon_1}{2} \Omega_0}{\sqrt{\varepsilon_2 - \frac{\varepsilon_1^2}{4}}} \exp\left(-\frac{\varepsilon_1}{2} \tau\right) \sin\left(\sqrt{\varepsilon_2 - \frac{\varepsilon_1^2}{4}} \tau\right) + \Omega_0 \exp\left(-\frac{\varepsilon_1}{2} \tau\right) \sin\left(\sqrt{\varepsilon_2 - \frac{\varepsilon_1^2}{4}} \tau\right).$$

При переходе к размерной скорости получим

$$\omega = -\frac{\alpha_0 \frac{V_e}{R} \varepsilon_2 + \frac{\varepsilon_1}{2} \omega_0}{\sqrt{\varepsilon_2 - \frac{\varepsilon_1^2}{4}}} \exp\left(-\frac{\varepsilon_1 V_e}{2 R} t\right) \sin\left(\sqrt{\varepsilon_2 - \frac{\varepsilon_1^2}{4}} \frac{V_e}{R} t\right) +$$

$$+ \omega_0 \exp\left(-\frac{\varepsilon_1 V_e}{2 R} t\right) \sin\left(\sqrt{\varepsilon_2 - \frac{\varepsilon_1^2}{4}} \frac{V_e}{R} t\right). \quad (2.5)$$

Введем следующие обозначения:

$$\theta = \sqrt{\varepsilon_2 - \frac{\varepsilon_1^2}{4}} \frac{V_e}{R}, \quad \xi = \varepsilon_1 \frac{V_e}{R}.$$

Обратный переход осуществляется по формулам

$$\varepsilon_1 = \xi \frac{R}{V_e}, \quad \varepsilon_2 = \frac{R^2}{V_e^2} \left(\theta^2 + \frac{\xi^2}{4} \right).$$

В новых обозначениях (2.5) принимает вид

$$\omega = -\frac{\left(\theta^2 + \frac{\xi^2}{4} \right) \alpha_0 + \frac{\xi}{2} \omega_0}{\theta} \exp\left(-\frac{\xi}{2} t\right) \sin(\theta t) + \omega_0 \exp\left(-\frac{\xi}{2} t\right) \sin(\theta t). \quad (2.6)$$

Это выражение дает связь между угловой скоростью и параметрами затухающих колебаний, которые можно определить, например, методом наименьших квадратов, обрабатывая результаты измерений.

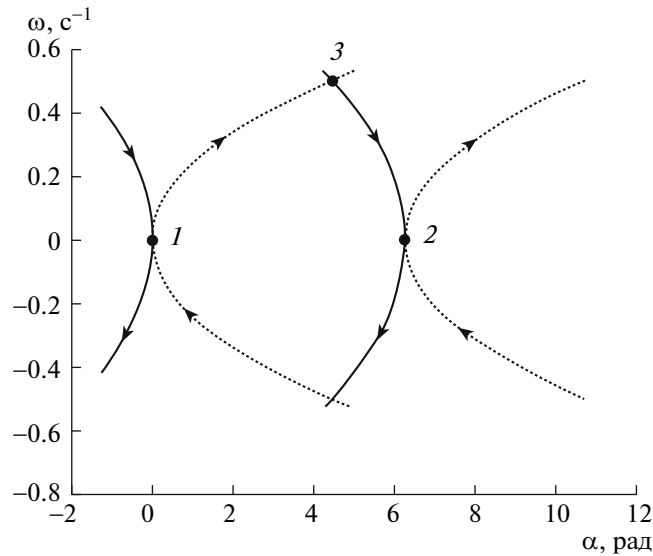


Рис. 1. Фазовые кривые в задаче о повороте тела на заданный угол (переход из точки 1 в точку 2)

3. Управление угловым движением тела. Интегрируя (2.4), считая

$$\omega = \dot{\alpha},$$

находим

$$\alpha = -At + \frac{A}{B} \ln \frac{1 + C \exp(2Bt)}{1 + C} + \alpha_0. \quad (3.1)$$

Выразим из (2.4) время t и подставим его в (3.1). Получим

$$\alpha = \frac{A}{2B} \ln \frac{A^2 - \omega_0^2}{A^2 - \omega^2} + \alpha_0. \quad (3.2)$$

Выражение (3.2) дает два семейства кривых на фазовой плоскости (α, ω) : для положительного вращения ($k > 0$, а следовательно, и $B > 0$) и для отрицательного ($k < 0$, $B < 0$).

Задача поворота на заданный угол и/или торможения — это переход из одной точки фазовой плоскости в другую. Пример задачи, в рамках которой осуществляется переход из точки 1 в точку 2, приведен на рис. 1, где пунктирная кривая соответствует положительному значению параметра B , а сплошная — отрицательному.

На рис. 1 видно, что сначала происходит движение по пунктирной кривой вверх до точки пересечения со сплошной линией, а затем по сплошной линии вниз до точки 2. Это значит, что сначала работает один двигатель, а когда достигается определенное начальными условиями и точкой на фазовой плоскости значение угловой скорости, происходит переключение, выключается первый двигатель и включается второй. Второй двигатель отключается при достижении нулевой скорости.

Рассмотрим теперь ситуацию, когда двигатели не идентичны и величины параметров A и B различны для каждого из двигателей. Введем обозначения для двигателя, создающего положительный момент, $A_1 > 0$, $B_1 > 0$, а для двигателя, создающего отрицательный момент $A_2 < 0$, $B_2 < 0$. Выражение для кривой переключения будет иметь вид

$$f(\alpha, \omega) = \begin{cases} \alpha - \frac{A_2}{2B_2} \ln \frac{A_2^2 - \omega^2}{A_2^2}, & \alpha \leq 0, \\ \alpha - \frac{A_1}{2B_1} \ln \frac{A_1^2 - \omega^2}{A_1^2}, & \alpha > 0. \end{cases} \quad (3.3)$$

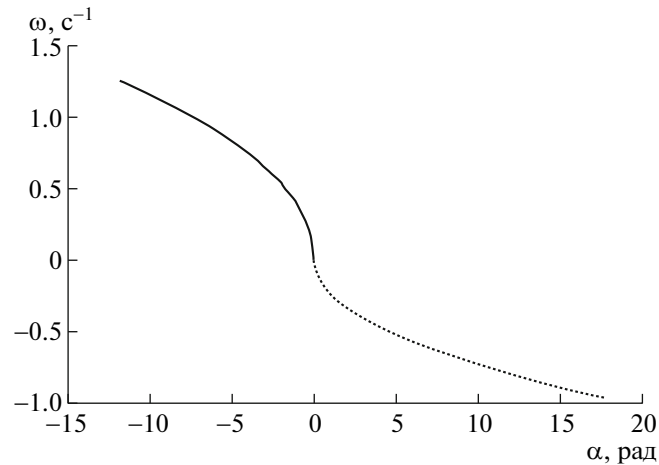


Рис. 2. Кривая переключения. Пунктирная линия — часть кривой, соответствующая двигателю с B_1 ($B_1 > 0$), а сплошная — двигателю с B_2 ($B_2 < 0$)

Обе ветви получаются подстановкой в (3.2) $\omega = 0$ и $\alpha = 0$ при разных значениях параметров A и B (график этой функции изображен на рис. 2, пунктирная линия соответствует параметрам A_1 и B_1 , сплошная — A_2 и B_2).

Алгоритм переключения работает так.

1. Определяется начальное фазовое состояние (α_0, ω_0) , при этом выделяется ветвь кривой переключения

$$\alpha_0 \leq 0 \Rightarrow f = \alpha - \frac{A_2}{2B_2} \ln \frac{A_2^2 - \omega^2}{A_2^2},$$

$$\alpha_0 > 0 \Rightarrow f = \alpha - \frac{A_1}{2B_1} \ln \frac{A_1^2 - \omega^2}{A_1^2}.$$

Если же задана величина поворота $\Delta\alpha$, то

$$\Delta\alpha \geq 0 \Rightarrow f = \alpha - \frac{A_2}{2B_2} \ln \frac{A_2^2 - \omega^2}{A_2^2},$$

$$\Delta\alpha < 0 \Rightarrow f = \alpha - \frac{A_1}{2B_1} \ln \frac{A_1^2 - \omega^2}{A_1^2}.$$

2. Вычисляется $f(\alpha_0, \omega_0)$. Если $f(\alpha_0, \omega_0) > 0$, то работает двигатель с A_2, B_2 , если $f(\alpha_0, \omega_0) < 0$, то работает двигатель с A_1, B_1 .

3. Измеряются (α, ω) и определяется знак выражения $\Delta f = |f(\alpha, \omega)| - f_0$; здесь f_0 — допустимое значение отклонения от расчетной кривой. При изменении знака Δf производится переключение двигателей.

4. Осуществляется движение вдоль кривой переключения. При этом проводится проверка $|\omega| < \omega_1$ (ω_1 — точность определения угловой скорости). Если достигается малое значение угловой скорости, то проводится проверка $|f(\alpha, \omega)| < \alpha_1$ (α_1 — точность по углу). Если и это условие выполняется, то это значит, что система пришла в нужное положение и цикл управления заканчивается, если нет, то повторяются п. 1–4.

Рассмотрим теперь задачу выхода на заданную фазовую траекторию углового движения. Пусть зависимость угла и угловой скорости от времени определяются выражениями

$$\alpha_{\text{пр}} = \alpha_{\text{пр}}(t), \quad \omega_{\text{пр}} = \omega_{\text{пр}}(t) = \dot{\alpha}_{\text{пр}}(t).$$

Система управления должна осуществлять выход на эту программную траекторию и обеспечивать его асимптотическую устойчивость. Будем строить управление с помощью функции Ляпунова, выбранной в следующем виде:

$$\dot{\nu} = \frac{1}{2}\omega_{\text{отн}}^2 + \frac{1}{2}k_{\gamma}\alpha_{\text{отн}}^2,$$

где $\alpha_{\text{отн}}, \omega_{\text{отн}}$ — относительные угол и угловая скорость, равные разнице текущих значений с программными.

Воспользовавшись соотношениями $\omega = \omega_{\text{отн}} + \omega_{\text{пр}}$ и $\alpha = \alpha_{\text{отн}} + \alpha_{\text{пр}}$, уравнение движения (2.1) можно переписать так

$$\begin{aligned} J(\dot{\omega}_{\text{отн}} + \dot{\omega}_{\text{пр}}) + \delta(\omega_{\text{отн}} + \omega_{\text{пр}}) + \sigma(\alpha_{\text{отн}} + \alpha_{\text{пр}}) = \\ = Jk(A^2 - V^2). \end{aligned} \quad (3.4)$$

Считаем, что можно управлять скоростью вращения вентиляторов, т.е. изменять V_e , а следовательно, параметр A . Кроме того, также можно переключать двигатели, т.е. осуществлять выбор между $k > 0$ и $k < 0$. Тогда с учетом уравнений движения $\dot{\nu}$ будет иметь вид

$$\dot{\nu} = -\delta\omega_{\text{отн}}^2 + \omega_{\text{отн}} \left(Jk(A^2 - \omega^2) - \sigma\alpha - \delta\omega_{\text{пр}} - J\dot{\omega}_{\text{пр}} + k_{\gamma}\alpha_{\text{отн}} \right).$$

Для асимптотической устойчивости движения $\omega_{\text{отн}} = 0, \alpha_{\text{отн}} = 0$ потребуем (теорема Барбашина—Красовского [6]) выполнения условия

$$k(A^2 - \omega^2) - \sigma\alpha - \delta\omega_{\text{пр}} - J\dot{\omega}_{\text{пр}} + k_{\gamma}\alpha_{\text{отн}} = -k_{\omega}\omega_{\text{отн}},$$

где $k_{\omega} > 0$. Введем обозначение

$$Q = \sigma\alpha + \delta\omega_{\text{пр}} + J\dot{\omega}_{\text{пр}} - k_{\gamma}\alpha_{\text{отн}} - k_{\omega}\omega_{\text{отн}}$$

и выразим из условия $k(A^2 - \omega^2) = Q$

$$A = \sqrt{\frac{Q}{Jk} + \omega^2}, \quad \text{где} \begin{cases} k > 0, & \text{если } \frac{Q}{J|k|} + \omega^2 \geq 0, \\ k < 0, & \text{если } \frac{Q}{J|k|} + \omega^2 < 0. \end{cases} \quad (3.5)$$

Это и есть условие переключения, так как A должно быть вещественным.

Подставив (3.5) в (3.4), получим

$$J\dot{\omega}_{\text{отн}} + (\delta + k_{\omega})\omega_{\text{отн}} + k_{\gamma}\alpha_{\text{отн}} = 0. \quad (3.6)$$

На практике, как правило, $A \leq A_{\text{max}}$, поэтому возникает ограничение на возможные траектории. Рассмотрим ситуацию, когда задача выхода на траекторию уже решена, т.е. $\omega_{\text{отн}} = 0$ и $\alpha_{\text{отн}} = 0$. В этом случае получаем ограничение на возможные траектории

$$\frac{\sigma\alpha_{\text{пр}} + \delta\omega_{\text{пр}} + J\dot{\omega}_{\text{пр}}}{Jk} + \omega_{\text{пр}}^2 \leq A_{\text{max}}^2. \quad (3.7)$$

Для иллюстрации приведем пример выхода на траекторию $\alpha_{\text{пр}} = \cos(0.1t)$, $\omega_{\text{пр}} = -0.1\sin(0.1t)$ (рис. 3).

Параметры k_{ω} и k_{γ} выберем таким образом, чтобы максимизировать степень устойчивости [7] корней характеристического полинома уравнения (3.6)

$$J\lambda^2 + (\delta + k_{\omega})\lambda + k_{\gamma}\lambda = 0.$$

Корни этого уравнения имеют вид

$$\lambda_{1,2} = \frac{-(\delta + k_{\omega}) \pm \sqrt{(\delta + k_{\omega})^2 - 4Jk_{\gamma}}}{2J}.$$

Максимальная степень устойчивости будет достигаться в случае, когда подкоренное выражение будет равно нулю

$$(\delta + k_{\omega})^2 - 4Jk_{\gamma} = 0,$$

т.е. $k_{\omega} = \sqrt{4Jk_{\gamma}} - \delta$. В противном случае один из корней будет ближе к мнимой оси и уже он будет определять степень устойчивости. Таким образом, остается один независимый параметр управ-

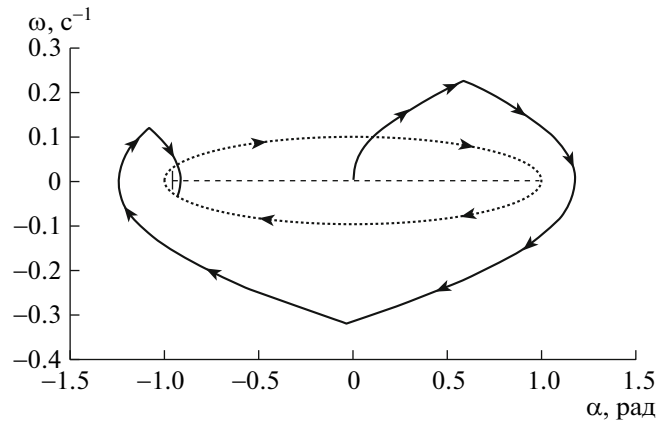


Рис. 3. Пример выхода на заданную траекторию на фазовой плоскости

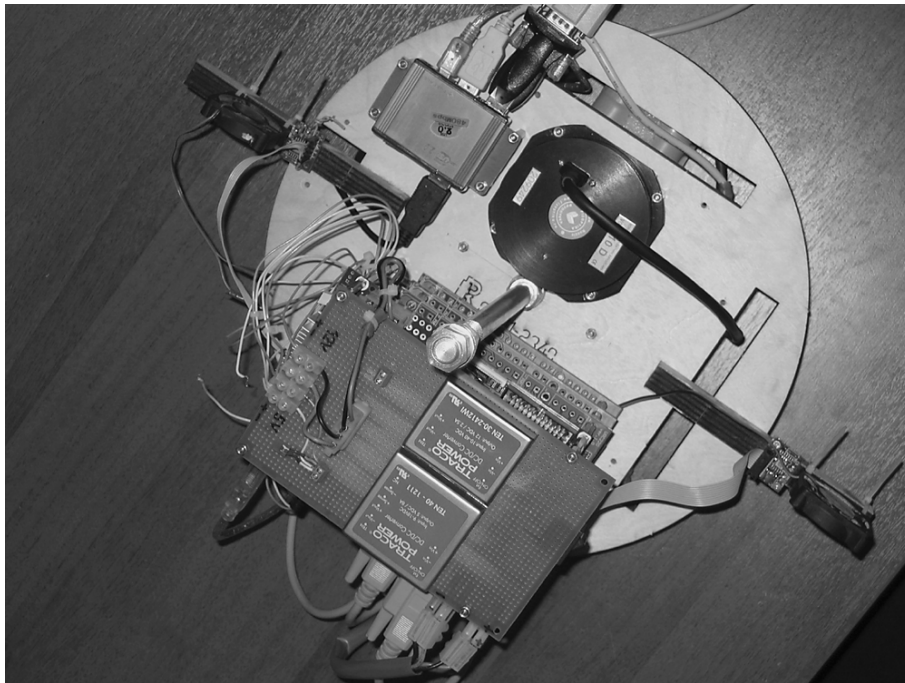


Рис. 4. Внешний вид макета (вид сверху)

ления k_γ . Его нужно выбирать исходя из ограничений, наложенных на управляющий момент (например, в виде неравенства (3.7)).

4. Полунатурные испытания. В рамках программы создания экспериментального практикума для студентов в лаборатории “Управление и динамика сложных информационно-механических систем” МФТИ [8] проведены полунатурные испытания динамики макета для подтверждения правильности предположения (2.1), для определения параметров двигателей, струны и макета, а также для проверки работоспособности алгоритма.

4.1. Описание макета. Макет состоит из следующих элементов: бортовой компьютер (одноплатный компьютер JReX); два вентиляторных двигателя; система управления исполнительными элементами; плата питания; аккумуляторные батареи; одноосный оптоволоконный датчик вращения (VG-910D); набор фотодиодов; одноосный датчик угловой скорости МЭМС (микроэлектромеханический сенсор); Wi-Fi адаптер (рис. 4).

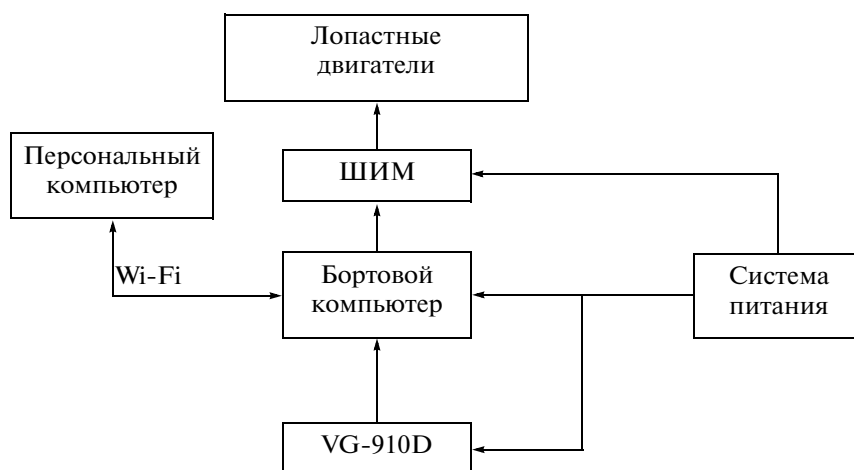


Рис. 5. Схема макета



Рис. 6. Схема работы программы

При включении питания макета от аккумуляторных батарей подается ток на все его системы с помощью преобразователей напряжения, входящих в состав платы питания. С флеш-диска бортового вычислителя загружается операционная система Windows XP Embedded. Далее, с помощью утилиты Remote Desktop (удаленный рабочий стол) персонального компьютера управления стендом осуществляется подключение к бортовому компьютеру макета через Wi-Fi. После этого можно приступать к проведению испытаний. На бортовом компьютере выполняется программа, которая через ШИМ (широтно-импульсный модулятор) подает управляющие команды на лопастные двигатели. Схема макета представлена на рис. 5.

Программное обеспечение макета. Программное обеспечение (ПО) – это программа, работающая на бортовом компьютере макета, которая осуществляет считывание информации с датчиков, ее обработку, принятие решения об управлении и сохранение результатов в файле. Программа написана в среде C++ Builder 6. Система управления и определения ориентации работает следующим образом. С датчиков поступает цифровой сигнал, который преобразуется в угловую скорость и значение угла поворота (рис. 6). Значения угловой скорости и угла поворота за не-

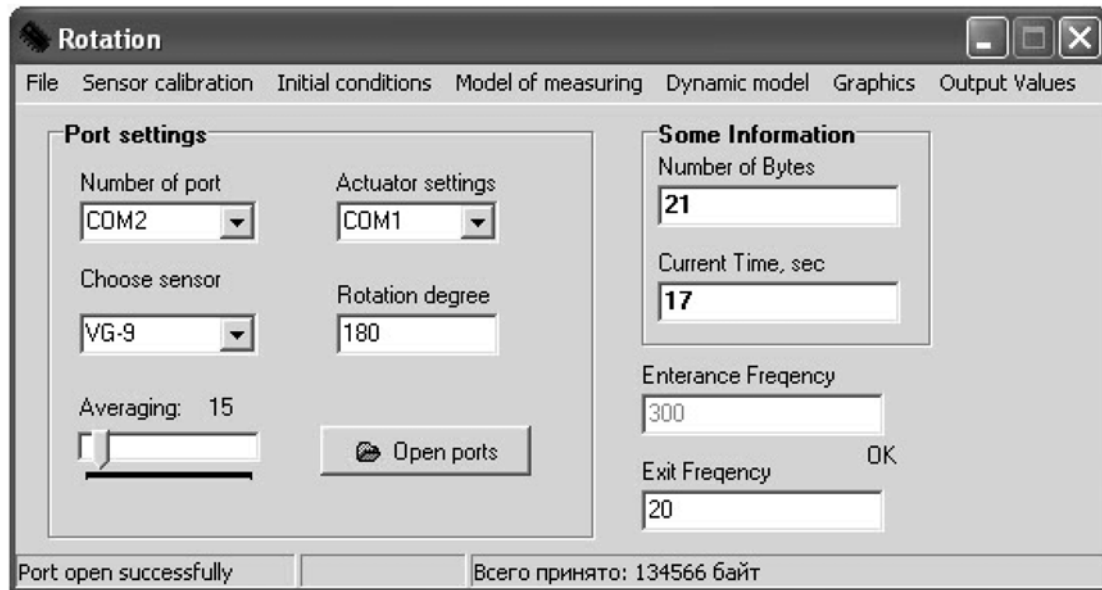


Рис. 7. Интерфейс программы

сколько измерений суммируются, после чего эта сумма делится на количество измерений, таким образом, на выходе получаем среднеарифметические значения. Цель усреднения – снизить влияние шума измерений и уменьшить число вычислений программы в единицу времени.

Далее усредненная угловая скорость поступает на вход фильтра Калмана, построенного на модели движения тела, которое подвешено на струне [9]. На выходе фильтра получаем вектор состояния тела на фазовой плоскости. Зная начальное и текущее состояния тела, программа определяет ветвь кривой переключения (3.3), в результате чего принимается решение о включении того или иного двигателя. После включения двигателя тело начинает вращаться под управлением одного из вентиляторов до тех пор, пока фазовая траектория не достигнет кривой переключения. После этого включается обратное управление, тело начинает тормозить до тех пор, пока не остановится. В это время управление выключается. Однако вследствие неточного определения параметров управления, шума датчиков, случайных факторов неизбежны ошибки исполнения управления. Поэтому после окончания сеанса управления требуемое положение сравнивается с текущим. Если тело находится вне допустимой окрестности заданной точки, вычисляется величина отклонения и производится еще один корректировочный сеанс управления. Таким образом, программа реализует замкнутый цикл управления, который сохраняет свою работоспособность и в случае действия внешних возмущений. Общая схема работы системы ориентации изображена на рис. 6. Главное окно программы содержит две области (рис. 7).

4.2. Методика проведения испытаний и их результаты. Производится калибровка двигателей и находятся параметры макета и струны. В силу того, что на борту оказались установленными два различных по своим характеристикам вентиляторных двигателя, их параметры определялись независимо друг от друга по следующей схеме.

1. Макет приводится в положение покоя.
 2. Производится включение двигателя на время около 2 мин.
 3. В модели движения (2.3) выбирается начальное условие $\omega_0 = 0$.
 4. Методом наименьших квадратов определяются параметры A , B .
- Нахождение параметров макета и струны проходит следующим образом.
1. Закручивается струна на заданный угол.
 2. Макет освобождается и проводится серия измерений угловой скорости за период колебаний (~20 мин).
 3. Находится момент прохождения положения равновесия, когда угловая скорость максимальная.

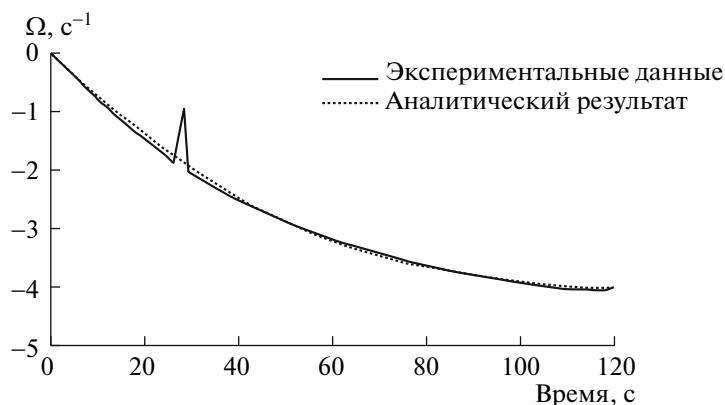


Рис. 8. Экспериментальная и аналитическая зависимости угловой скорости от времени (аналитическая кривая построена с параметрами, найденными методом наименьших квадратов) с включенным двигателем, создающим отрицательный момент, где сплошная линия

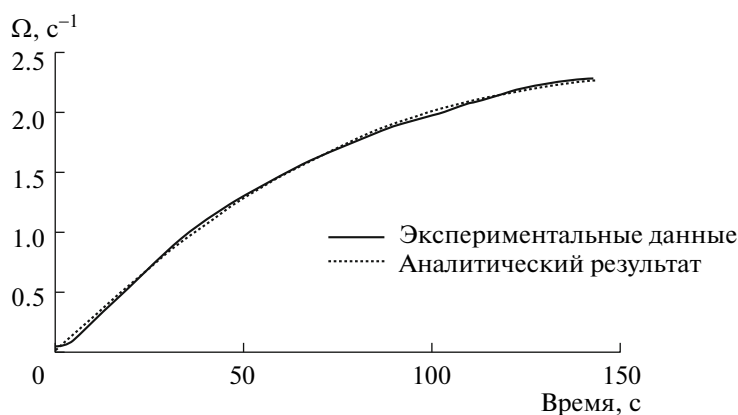


Рис. 9. Экспериментальная и аналитическая зависимости угловой скорости от времени (аналитическая кривая построена с параметрами, найденными методом наименьших квадратов) с включенным двигателем, создающим положительный момент

4. В качестве начальных условий в модели (2.5) выбираются $\alpha_0 = 0, \omega_0 = \omega_{\max}$.

5. Определяются параметры θ, ξ в модели (2.5) по методу наименьших квадратов.

В качестве начальных условий выбираются указанные значения в силу того, что модель (2.5) при $\alpha_0 = 0, \omega_0 = \omega_{\max}$ имеет наиболее простую зависимость от искомых параметров θ, ξ .

Приведем результаты испытаний. На рис. 8, 9 изображены аналитические (полученные по конечным формулам) и экспериментальные кривые в случае, когда работает один из двигателей. Разница в графиках связана с тем, что на рис. 8 показаны результаты для двигателя, раскручивающего макет по ходу часовой стрелки (отрицательный момент), а на рис. 9 – против хода часовой стрелки (положительный момент). Пик в экспериментальных данных на рис. 8 связан с ошибкой датчика угловой скорости. Рисунок 10 содержит экспериментальные данные и аналитический результат в случае свободных колебаний (2.5).

Графики показывают хорошее совпадение теоретических и экспериментальных кривых, поэтому можно надеяться, что предложенная модель удовлетворительно описывает поведение системы.

В ходе испытаний была подтверждена достоверность предположения (2.1), а также определены параметры двигателей, которые оказались следующими:

$$\begin{aligned} A_1 &= 2.4157 \text{ с}^{-1}, & B_1 &= 0.0119 \text{ с}^{-1}; \\ A_2 &= 4.2177 \text{ с}^{-1}, & B_2 &= -0.0168 \text{ с}^{-1}. \end{aligned}$$

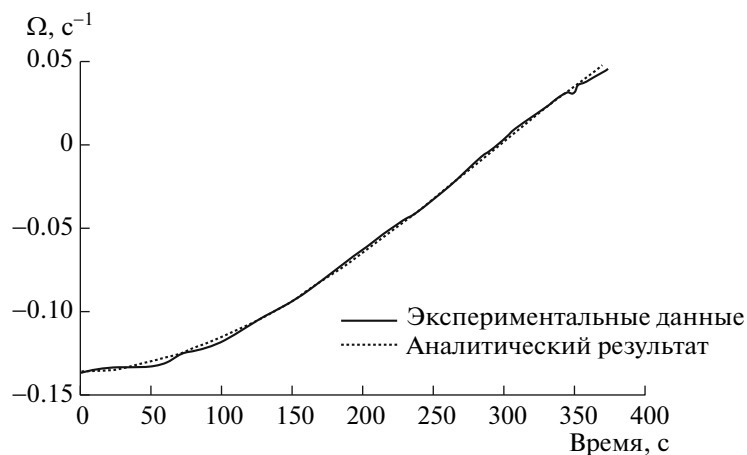


Рис. 10. Экспериментальная зависимость угловой скорости от времени, а также кривая, построенная по (2.5), с параметрами, найденными с помощью метода наименьших квадратов

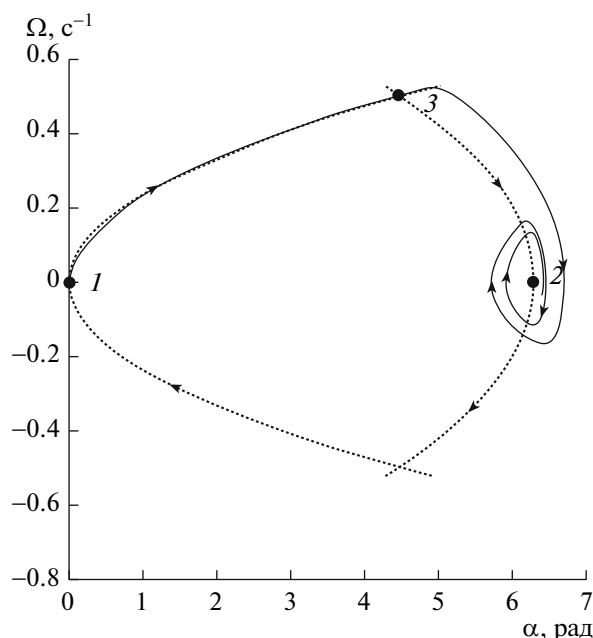


Рис. 11. Фазовая траектория при развороте макета

Далее приведены результаты работы алгоритма в случае поворота на заданный угол. Параметры двигателей A_1 , A_2 , B_1 , B_2 определяются по методике, описанной выше. На рис. 11 представлен пример разворота макета на угол 360° . Пунктирная и жирная сплошная линии — теоретические кривые, тонкая сплошная линия — реальное движение. На рис. 12 и 13 представлены зависимости угла и угловой скорости во время разворота.

Из-за ошибок управления фазовая траектория отклоняется от расчетной (рис. 11), однако алгоритм построен таким образом, что если система не достигает заданной точки, то выполняется дополнительный цикл управления (на рисунке показаны три таких цикла). Алгоритм обработки измерений выбран аналогичным использованному при определении фактического движения макетов алгоритму, который приведен в [10].

Заключение. В работе представлена относительно простая, но в то же время, судя по результатам проведенного исследования, эффективная система управления угловым движением вокруг

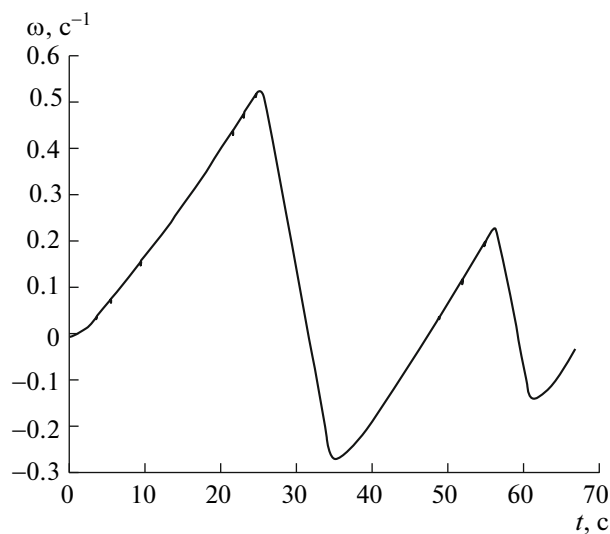


Рис. 12. Зависимость угловой скорости от времени

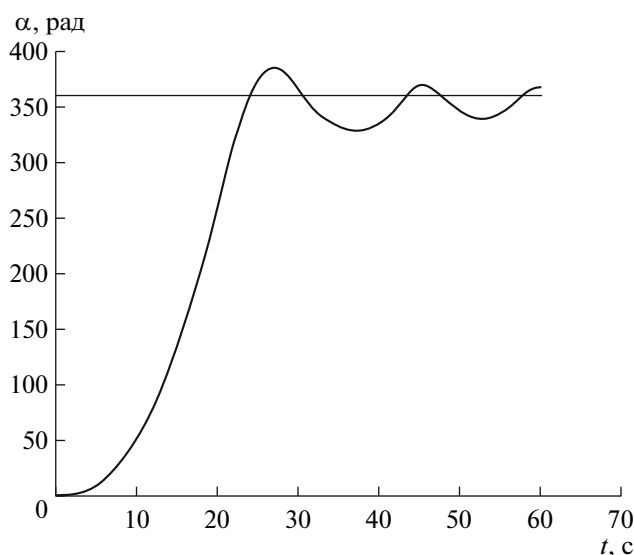


Рис. 13. Зависимость угла от времени. Прямая линия — конечное значение угла, кривая — экспериментальная зависимость от времени

вертикали тела, подвешенного на струне, которая использует вентиляторные двигатели в качестве исполнительных органов. Предложен алгоритм управления и его программная реализация, разработана методика полунатурных испытаний, которая успешно апробирована в лабораторных условиях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Esper J.* The Rocket Balloon (Rocketball): Applications to Science, and Education // Digest of the 7th Inter. Symp. of IAA "Small Satellites for Earth Observation", May 4–8. Berlin, Germany, Walter De Gruyter Publ., 2009. Paper IAA-B7-1301. P. 517–520.
2. <http://www.ssc.se/?id=7114>.
3. *Quadrelli M.B., Jonathan M., Cameron V.K.* Multibody dynamics of parachute and balloon flight systems for planetary exploration // J. Guidance, Control and Dynamics. 2004. V. 27. № 4. July–August. P. 564–571.

4. *White J.E., Ettert J.R.* Linear-Quadratic-Regulator Pointing Control System for a High-Altitude Balloon Payload // *J. Guidance, Control and Dynamics*. 1990. V. 13. № 4. July–August. P. 615–623.
5. *Barabash V., Ivanov D.S., Ovchinnikov M.Yu. et al.* Balloon payload attitude control system: Preprint of KIAM RAS № 15. Moscow, 2010. 26 p.
6. *Барбашин Е.А.* Введение в теорию устойчивости. М.: Наука, 1967.
7. *Цыпкин Я.З., Бромберг П.В.* О степени устойчивости линейных систем // *Изв. АН СССР. ОТН*. 1945. № 12. С. 1163–1168.
8. *Овчинников М.Ю., Ткачёв С.С.* Компьютерное и полунатурное моделирование динамики управляемых систем: Препринт № 50 М.: ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 2008. 28 с.
9. *Овчинников М.Ю., Иванов Д.С.* Использование одноосного гироскопа для определения ориентации макета в лабораторных условиях: Препринт № 11 М.: ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 2008. 32 с.
10. *Биндель Д., Зараменских И.Е., Иванов Д.С. и др.* Лабораторный стенд для верификации алгоритмов управления группировкой спутников // *Изв. РАН. ТиСУ*. 2009. Т. 48. № 5. С. 109–117.